Zadatak 061 (Ivana, ekonomska škola)

Ako je x + y = 5, y + z = 7, z + u = 9, koliko je u + x?

Rješenje 061

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

Zbrojimo sve tri jednadžbe.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ y+z=7 \\ z+u=9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow x+y+y+z+z+u=5+7+9 \Rightarrow x+2\cdot y+2\cdot z+u=21 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+2\cdot(y+z)+u=21.$$

Tada je

$$\left.\begin{array}{l} x+2\cdot(y+z)+u=21 \\ y+z=7 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda} \\ \text{supstitucije}\end{array}\right] \Rightarrow x+2\cdot 7+u=21 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+14+u=21 \Rightarrow x+u=21-14 \Rightarrow x+u=7 \Rightarrow u+x=7.$$

2.inačica

U sustavu jednadžbi

$$\left\{\begin{array}{l} x+y=5 \\ y+z=7 \\ z+u=9 \end{array}\right.$$

oduzmemo drugu jednadžbu od prve jednadžbe.

$$x+y-y-z=5-7 \Rightarrow x+y-y-z=5-7 \Rightarrow x-z=-2.$$

Sada je

$$\left.\begin{array}{l} x-z=-2 \\ z+u=9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow x-z+z+u=-2+9 \Rightarrow x-z+z+u=-2+9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+u=7 \Rightarrow u+x=7.$$

3.inačica

U sustavu jednadžbi

$$\left\{\begin{array}{l} x+y=5 \\ y+z=7 \\ z+u=9 \end{array}\right.$$

iz treće jednadžbe izračunamo z i uvrstimo u drugu jednadžbu.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ y+z=7 \\ z+u=9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ y+z=7 \\ z=9-u \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ y+9-u=7 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ y=7-9+u \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ y=-2+u \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ y=u-2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda} \\ \text{supstitucije}\end{array}\right] \Rightarrow x+u-2=5 \Rightarrow x+u=5+2 \Rightarrow x+u=7 \Rightarrow u+x=7.$$

Vježba 061

Ako je x + y = 5, y + z = 6, z + u =7, koliko je u + x?

Rezultat: 6.

Zadatak 062 (Jelena, gimnazija)

$$\text{Riješi sustav: } \begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=3 \\ x\cdot y\cdot z=1. \end{cases}$$

Rješenje 062

Ponovimo!

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2\cdot a\cdot b+2\cdot a\cdot c+2\cdot b\cdot c.$$

$$(a-b)^3=a^3-3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2-b^3 \quad , \quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Kvadriramo prvu (linearnu) jednadžbu.

$$x+y+z=3 \Rightarrow x+y+z=3 \,/^2 \Rightarrow (x+y+z)^2=3^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+z^2+2\cdot x\cdot y+2\cdot x\cdot z+2\cdot y\cdot z=9 \Rightarrow \left[x^2+y^2+z^2=3\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3+2\cdot x\cdot y+2\cdot x\cdot z+2\cdot y\cdot z=9 \Rightarrow 2\cdot x\cdot y+2\cdot x\cdot z+2\cdot y\cdot z=9-3 \Rightarrow 2\cdot x\cdot y+2\cdot x\cdot z+2\cdot y\cdot z=6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x\cdot y+2\cdot x\cdot z+2\cdot y\cdot z=6 \,/:2 \Rightarrow x\cdot y+x\cdot z+y\cdot z=3 \Rightarrow x\cdot(y+z)+y\cdot z=3.$$

Transformiramo prvu i treću jednadžbu sustava.

$$\left.\begin{matrix} x+y+z=3 \\ x\cdot y\cdot z=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} y+z=3-x \\ x\cdot y\cdot z=1 \,/\cdot\frac{1}{x} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} y+z=3-x \\ y\cdot z=\frac{1}{x} \end{matrix}\right\}.$$

Sada je:

$$x\cdot(y+z)+y\cdot z=3 \Rightarrow \begin{bmatrix} y+z=3-x \\ y\cdot z=\frac{1}{x} \end{bmatrix} \Rightarrow x\cdot(3-x)+\frac{1}{x}=3 \Rightarrow 3\cdot x-x^2+\frac{1}{x}=3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot x-x^2+\frac{1}{x}-3=0 \Rightarrow 3\cdot x-x^2+\frac{1}{x}-3=0 \,/\cdot x \Rightarrow 3\cdot x^2-x^3+1-3\cdot x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x^3+3\cdot x^2-3\cdot x+1=0 \Rightarrow -x^3+3\cdot x^2-3\cdot x+1=0 \,/\cdot(-1) \Rightarrow x^3-3\cdot x^2+3\cdot x-1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-1)^3=0 \Rightarrow (x-1)^3=0 \,/\sqrt[3]{\ } \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1.$$

Uvrstimo x = 1 u prvu i treću jednadžbu sustava.

$$\left.\begin{matrix} x+y+z=3 \\ x\cdot y\cdot z=1 \\ x=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 1+y+z=3 \\ 1\cdot y\cdot z=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} y+z=3-1 \\ y\cdot z=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} y+z=2 \\ y\cdot z=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} z=2-y \\ y\cdot z=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{bmatrix} \Rightarrow y\cdot(2-y)=1 \Rightarrow 2\cdot y-y^2=1 \Rightarrow -y^2+2\cdot y-1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -y^2+2\cdot y-1=0 \,/\cdot(-1) \Rightarrow y^2-2\cdot y+1=0 \Rightarrow (y-1)^2=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (y-1)^2=0 \,/\sqrt{\ } \Rightarrow y-1=0 \Rightarrow y=1.$$

Računamo nepoznanicu z.

$$\left.\begin{aligned} z &= 2 - y \\ y &= 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow z = 2 - 1 \Rightarrow z = 1.$$

Rješenje sustava je:

$$(x,\ y,\ z) = (1,\ 1,\ 1).$$

Vježba 062

$$\text{Riješi sustav}: \begin{cases} x + y + z = 3 \\ (x + y)^2 + z^2 = 3 + 2 \cdot x \cdot y \\ x \cdot y \cdot z = 1. \end{cases}$$

Rezultat: $(x,\ y,\ z) = (1,\ 1,\ 1).$

Zadatak 063 (Lucija, srednja škola)

Dva broja odnose se kao 1 : 4. Drugi broj za 15 je veći od prvoga broja. Koliko iznose ti brojevi?

Rješenje 063

Ponovimo!

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Kako zapisati da je broj a za n veći od broja b?

$$a - n = b \quad \text{ili} \quad a = b + n \quad \text{ili} \quad a - b = n.$$

Neka su x i y traženi brojevi. Budući da se odnose kao 1 : 4, vrijedi jednadžba:

$$x : y = 1 : 4 \Rightarrow y \cdot 1 = 4 \cdot x \Rightarrow y = 4 \cdot x.$$

Drugi broj y za 15 je veći od prvoga broja x pa slijedi:

$$y - x = 15.$$

Iz sustava jednadžbi dobiju se traženi brojevi.

$$\left.\begin{aligned} y &= 4 \cdot x \\ y - x &= 15 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{bmatrix} \Rightarrow 4 \cdot x - x = 15 \Rightarrow 3 \cdot x = 15 \Rightarrow 3 \cdot x = 15 \ /:3 \Rightarrow x = 5.$$

Računamo y.

$$\left.\begin{aligned} x &= 5 \\ y &= 4 \cdot x \end{aligned}\right\} \Rightarrow y = 4 \cdot 5 \Rightarrow y = 20.$$

To su brojevi 5 i 20.

Vježba 063

Dva broja odnose se kao 1 : 3. Drugi broj za 10 je veći od prvoga broja. Koliko iznose ti brojevi?

Rezultat: 5, 15.

Zadatak 064 (4A, TUPŠ)

U sustavu jednadžbi $\begin{cases} x = 2 \cdot y + 4 \\ y = 2 \cdot x + 7 \end{cases}$ izračunajte nepoznanicu x.

Rješenje 064

$$\left.\begin{aligned} x&=2\cdot y+4\\ y&=2\cdot x+7\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left[\begin{matrix}\text{metoda}\\ \text{supstitucije}\end{matrix}\right]\Rightarrow x=2\cdot(2\cdot x+7)+4\Rightarrow x=4\cdot x+14+4\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-4\cdot x=14+4\Rightarrow -3\cdot x=18\Rightarrow -3\cdot x=18\ /:(-3)\Rightarrow x=-6.$$

Vježba 064

U sustavu jednadžbi $\begin{cases} x=2\cdot y+4\\ y=2\cdot x+7\end{cases}$ izračunajte nepoznanicu y.

Rezultat: – 5.

Zadatak 065 (Maturanti, TUPŠ)

Dnevna potreba odrasle osobe iznosi 5 g ugljikohidrata i 0.9 g bjelančevina po 1 kg težine. Kilogram hrane A ima 10 g ugljikohidrata i 160 g bjelančevina, dok kilogram hrane B ima 220 g ugljikohidrata i 20 g bjelančevina. Koliko kilograma hrane A i B treba konzumirati da se zadovolje dnevne potrebe ugljikohidrata i bjelančevina osobe koja je teška 50 kg?

Rješenje 065

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Dnevna potreba odrasle osobe iznosi 5 g ugljikohidrata i 0.9 g bjelančevina po 1 kg težine. Budući da je osoba teška 50 kilograma, ukupna dnevna potreba je:

$$5\cdot 50=250\ g\ \text{ugljikohidrata}$$
$$0.9\cdot 50=45\ g\ \text{bjelančevina}.$$

Označimo slovom x broj kilograma hrane A, a slovom y broj kilograma hrane B.

Dnevna potreba odrasle osobe iznosi 250 g ugljikohidrata. Kilogram hrane A ima 10 g ugljikohidrata, a kilogram hrane B ima 220 g ugljikohidrata. Zato vrijedi jednadžba:

$$10\cdot x+220\cdot y=250.$$

Dnevna potreba odrasle osobe iznosi 45 g bjelančevina. Kilogram hrane A ima 160 g bjelančevina, a kilogram hrane B ima 20 g bjelančevina. Zato vrijedi jednadžba:

$$160\cdot x+20\cdot y=45.$$

Da bismo izračunalo koliko najmanje kilograma i hrane A i hrane B treba konzumirati da se zadovolje dnevne potrebe za ugljikohidratima i bjelančevinama moramo riješiti sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{aligned}10\cdot x+220\cdot y&=250\\ 160\cdot x+20\cdot y&=45\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}10\cdot x+220\cdot y&=250\ /:10\\ 160\cdot x+20\cdot y&=45\ /:5\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}x+22\cdot y&=25\\ 32\cdot x+4\cdot y&=9\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left[\begin{matrix}\text{metoda}\\ \text{supstitucije}\end{matrix}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{aligned}x&=25-22\cdot y\\ 32\cdot x+4\cdot y&=9\end{aligned}\right\}\Rightarrow 32\cdot(25-22\cdot y)+4\cdot y=9\Rightarrow 800-704\cdot y+4\cdot y=9\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -704\cdot y+4\cdot y=9-800\Rightarrow -700\cdot y=-791\Rightarrow -700\cdot y=-791\ /:(-700)\Rightarrow y=1.13.$$

Sada računamo nepoznanicu x.

$$\left.\begin{aligned}10\cdot x+220\cdot y&=250\\ y&=1.13\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}10\cdot x+220\cdot y&=250\ /:10\\ y&=1.13\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}x+22\cdot y&=25\\ y&=1.13\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+22\cdot 1.13=25\Rightarrow x+24.86=25\Rightarrow x=25-24.86\Rightarrow x=0.14.$$

Hrane A treba 0.14 kg, a hrane B treba 1.13 kg.



Vježba 065

Dnevna potreba odrasle osobe iznosi 5 g ugljikohidrata i 0.9 g bjelančevina po 1 kg težine. Kilogram hrane A ima 1 dag ugljikohidrata i 16 dag bjelančevina, dok kilogram hrane B ima 22 dag ugljikohidrata i 2 dag bjelančevina. Koliko kilograma hrane A i B treba konzumirati da se zadovolje dnevne potrebe ugljikohidrata i bjelančevina osobe koja je teška 50 kg?

Rezultat: Hrane A treba 0.14 kg, a hrane B treba 1.13 kg.

Zadatak 066 (Maturanti, TUPŠ)

Dnevna potreba odrasle osobe iznosi 250 g ugljikohidrata i 45 g bjelančevina. Kilogram hrane A ima 10 g ugljikohidrata i 160 g bjelančevina, dok kilogram hrane B ima 220 g ugljikohidrata i 20 g bjelančevina. Koliko najmanje kilograma i hrane A i hrane B treba konzumirati da se zadovolje dnevne potrebe za ugljikohidratima i bjelančevinama?

Rješenje 066

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Označimo slovom x broj kilograma hrane A, a slovom y broj kilograma hrane B.

Dnevna potreba odrasle osobe iznosi 250 g ugljikohidrata. Kilogram hrane A ima 10 g ugljikohidrata, a kilogram hrane B ima 220 g ugljikohidrata. Zato vrijedi jednadžba:

$$10\cdot x+220\cdot y=250.$$

Dnevna potreba odrasle osobe iznosi 45 g bjelančevina. Kilogram hrane A ima 160 g bjelančevina, a kilogram hrane B ima 20 g bjelančevina. Zato vrijedi jednadžba:

$$160\cdot x+20\cdot y=45.$$

Da bismo izračunalo koliko najmanje kilograma i hrane A i hrane B treba konzumirati da se zadovolje dnevne potrebe za ugljikohidratima i bjelančevinama moramo riješiti sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{array}{l}10\cdot x+220\cdot y=250\\160\cdot x+20\cdot y=45\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}10\cdot x+220\cdot y=250\ /:10\\160\cdot x+20\cdot y=45\ /:5\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x+22\cdot y=25\\32\cdot x+4\cdot y=9\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{metoda}\\\text{supstitucije}\end{array}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x=25-22\cdot y\\32\cdot x+4\cdot y=9\end{array}\right\}\Rightarrow 32\cdot(25-22\cdot y)+4\cdot y=9\Rightarrow 800-704\cdot y+4\cdot y=9\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -704\cdot y+4\cdot y=9-800\Rightarrow -700\cdot y=-791\Rightarrow -700\cdot y=-791\ /:(-700)\Rightarrow y=1.13.$$

Sada računamo nepoznanicu x.

$$\left.\begin{array}{l}10\cdot x+220\cdot y=250\\y=1.13\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}10\cdot x+220\cdot y=250\ /:10\\y=1.13\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x+22\cdot y=25\\y=1.13\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+22\cdot 1.13=25\Rightarrow x+24.86=25\Rightarrow x=25-24.86\Rightarrow x=0.14.$$

Hrane A treba 0.14 kg, a hrane B treba 1.13 kg.



Vježba 066

Dnevna potreba odrasle osobe iznosi 250 g ugljikohidrata i 45 g bjelančevina. Kilogram hrane A ima 1 dag ugljikohidrata i 16 dag bjelančevina, dok kilogram hrane B ima 22 dag ugljikohidrata i 2 dag bjelančevina. Koliko najmanje kilograma i hrane A i hrane B treba konzumirati da se zadovolje dnevne potrebe za ugljikohidratima i bjelančevinama?

Rezultat: Hrane A treba 0.14 kg, a hrane B treba 1.13 kg.

Zadatak 067 (Lara, srednja škola)

Za koji realan broj a sustav $\begin{cases} 4\cdot x+3\cdot y=3 \\ 3\cdot x+a\cdot y=5 \end{cases}$ nema rješenja?

Rješenje 067

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Računamo nepoznanicu y.

$$\left.\begin{matrix} 4\cdot x+3\cdot y=3 \\ 3\cdot x+a\cdot y=5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 4\cdot x+3\cdot y=3 \;/\cdot(-3) \\ 3\cdot x+a\cdot y=5 \;/\cdot 4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -12\cdot x-9\cdot y=-9 \\ 12\cdot x+4\cdot a\cdot y=20 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -9\cdot y+4\cdot a\cdot y=11 \Rightarrow 4\cdot a\cdot y-9\cdot y=11 \Rightarrow y\cdot(4\cdot a-9)=11 \Rightarrow y\cdot(4\cdot a-9)=11 \;/\cdot\frac{1}{4\cdot a-9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=\frac{11}{4\cdot a-9}.$$

S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednost broja a za koji je nazivnik jednak nuli.

$$4\cdot a-9=0 \Rightarrow 4\cdot a=9 \Rightarrow 4\cdot a=9 \;/\cdot\frac{1}{4} \Rightarrow a=\frac{9}{4}.$$

Dakle, sustav nema rješenja za

$$a=\frac{9}{4}.$$

Vježba 067

Za koji realan broj a sustav $\begin{cases} 4\cdot x+3\cdot y=1 \\ 16\cdot x+a\cdot y=7 \end{cases}$ nema rješenja?

Rezultat: a = 12.

Zadatak 068 (Barbara, opća gimnazija)

U dvjema posudama od po 50 l nalazi se izvjesna količina tekućine. Ako bi iz prve posude prelili u drugu 1/3 sadržaja, druga bi posuda bila puna. A ako bi iz druge posude prelili u prvu 1/2 sadržaja, prva bi bila puna. Koliko je u kojoj posudi tekućine?

Rješenje 068

Neka je x broj litara tekućine u prvoj posudi, a y broj litara tekućine u drugoj posudi. Obujam svake posude je 50 litara.

Ako bi iz prve posude prelili u drugu 1/3 sadržaja, druga bi posuda bila puna pa vrijedi jednadžba:

$$\frac{1}{3}\cdot x+y=50.$$

A ako bi iz druge posude prelili u prvu 1/2 sadržaja, prva bi bila puna pa vrijedi jednadžba:

$$x+\frac{1}{2}\cdot y=50.$$

Riješimo sustav jednadžbi.

$$\left.\begin{matrix} \frac{1}{3}\cdot x+y=50 \\ x+\frac{1}{2}\cdot y=50 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{riješimo se razlomaka u jednadžbama tako} \\ \text{da prvu pomnožimo sa 3, a drugu sa 2} \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \frac{1}{3}\cdot x+y=50 \;/\cdot 3 \\ x+\frac{1}{2}\cdot y=50 \;/\cdot 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

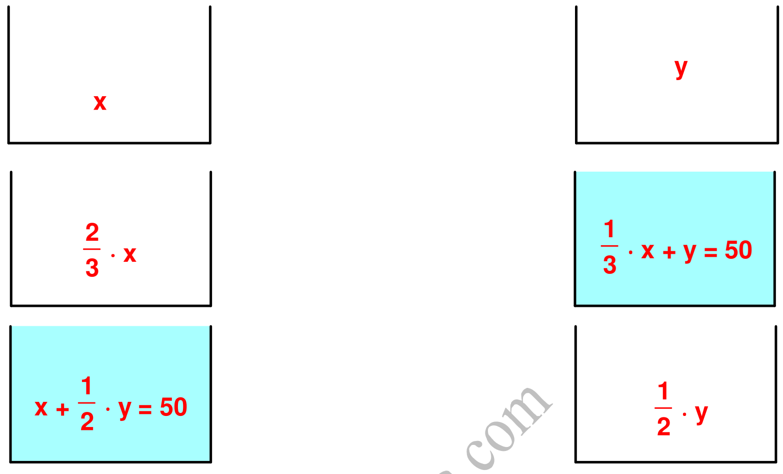
$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+3\cdot y=150 \\ 2\cdot x+y=100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+3\cdot y=150 \\ 2\cdot x+y=100 \;/\cdot(-3) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+3\cdot y=150 \\ -6\cdot x-3\cdot y=-300 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5\cdot x=-150 \Rightarrow -5\cdot x=-150 \;/:(-5) \Rightarrow x=30.$$

Računamo nepoznanicu y.

$$\left.\begin{array}{l} x+\frac{1}{2}\cdot y=50 \\ x=30 \end{array}\right\} \Rightarrow 30+\frac{1}{2}\cdot y=50 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot y=50-30 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot y=20 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot y=20 \;/\cdot 2 \Rightarrow y=40.$$

U prvoj posudi je 30 litara, a u drugoj 40 litara tekućine.



Vježba 068

U dvjema posudama od po 100 l nalazi se izvjesna količina tekućine. Ako bi iz prve posude prelili u drugu 1/3 sadržaja, druga bi posuda bila puna. A ako bi iz druge posude prelili u prvu 1/2 sadržaja, prva bi bila puna. Koliko je u kojoj posudi tekućine?

Rezultat: 60 l, 80 l.

Zadatak 069 (Barbara, opća gimnazija)

Riješi sustav jednadžbi metodom uvođenja novih nepoznanica.

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{3}{x-2\cdot y}+\frac{2}{2\cdot x+y}=3 \\ \frac{2}{x-2\cdot y}-\frac{1}{4\cdot x+2\cdot y}=\frac{1}{6}. \end{array}\right.$$

Rješenje 069

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c} \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow a\cdot d=b\cdot c \quad , \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{x-2\cdot y}+\frac{2}{2\cdot x+y}=3 \\ \frac{2}{x-2\cdot y}-\frac{1}{4\cdot x+2\cdot y}=\frac{1}{6} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{3}{x-2\cdot y}+\frac{2}{2\cdot x+y}=3 \\ \frac{2}{x-2\cdot y}-\frac{1}{2\cdot(2\cdot x+y)}=\frac{1}{6} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3\cdot\frac{1}{x-2\cdot y}+2\cdot\frac{1}{2\cdot x+y}=3 \\ 2\cdot\frac{1}{x-2\cdot y}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2\cdot x+y}=\frac{1}{6} \end{array}\right\}.$$

Uvodimo nove nepoznanice u i v

$$\left.\begin{array}{l} u = \dfrac{1}{x - 2 \cdot y} \\ v = \dfrac{1}{2 \cdot x + y} \end{array}\right\}$$

pa zadani sustav glasi:

$$\left.\begin{array}{l} 3 \cdot u + 2 \cdot v = 3 \\ 2 \cdot u - \dfrac{1}{2} \cdot v = \dfrac{1}{6} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3 \cdot u + 2 \cdot v = 3 \\ 2 \cdot u - \dfrac{1}{2} \cdot v = \dfrac{1}{6} \ / \cdot 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3 \cdot u + 2 \cdot v = 3 \\ 8 \cdot u - 2 \cdot v = \dfrac{4}{6} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11 \cdot u = 3 + \frac{4}{6} \Rightarrow 11 \cdot u = 3 + \frac{4}{6} \Rightarrow 11 \cdot u = 3 + \frac{2}{3} \Rightarrow 11 \cdot u = \frac{3}{1} + \frac{2}{3} \Rightarrow 11 \cdot u = \frac{9 + 2}{3} \Rightarrow 11 \cdot u = \frac{11}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11 \cdot u = \frac{11}{3} \ / : 11 \Rightarrow u = \frac{1}{3}.$$

Računamo nepoznanicu v.

$$\left.\begin{array}{l} u = \dfrac{1}{3} \\ 3 \cdot u + 2 \cdot v = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot v = 3 \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot v = 3 \Rightarrow 1 + 2 \cdot v = 3 \Rightarrow 2 \cdot v = 3 - 1 \Rightarrow 2 \cdot v = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot v = 2 \ / : 2 \Rightarrow v = 1.$$

Vrijednost novih varijabli u i v je:

$$(u,\ v) = \left(\frac{1}{3},\ 1\right).$$

Vraćamo se starim nepoznanicama x i y.

$$\left.\begin{array}{l} u = \dfrac{1}{x - 2 \cdot y} \ , \ u = \dfrac{1}{3} \\ v = \dfrac{1}{2 \cdot x + y} \ , \ v = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{x - 2 \cdot y} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{2 \cdot x + y} = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{x - 2 \cdot y} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{2 \cdot x + y} = \dfrac{1}{1} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x - 2 \cdot y = 3 \\ 2 \cdot x + y = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x - 2 \cdot y = 3 \\ 2 \cdot x + y = 1 \ / \cdot 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x - 2 \cdot y = 3 \\ 4 \cdot x + 2 \cdot y = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow 5 \cdot x = 5 \Rightarrow 5 \cdot x = 5 \ / : 5 \Rightarrow x = 1.$$

Računamo nepoznanicu y.

$$\left.\begin{array}{l} 2 \cdot x + y = 1 \\ x = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2 \cdot 1 + y = 1 \Rightarrow 2 + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 2 \Rightarrow y = -1.$$

Rješenje sustava glasi:

$$(x,\ y) = (1,\ -1).$$

Vježba 069

Riješi sustav jednadžbi metodom uvođenja novih nepoznanica.

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{3}{x - 2 \cdot y} + \dfrac{2}{2 \cdot x + y} = 3 \\ \dfrac{4}{x - 2 \cdot y} - \dfrac{2}{4 \cdot x + 2 \cdot y} = \dfrac{1}{3}. \end{array}\right.$$

Rezultat: $(x,\ y) = (1,\ -1).$

Zadatak 070 (Srdjan, pripravnik)

Zadana su dva broja. Veći broj je za 4 manji od dvostrukog manjeg. Zbroj brojeva iznosi 20. Nađi te brojeve.

Rješenje 070

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Kako zapisati dvostruku vrijednost od broja a?

$$2\cdot a.$$

Kako zapisati da je broj a za n manji od broja b?

$$a+n=b \qquad \text{ili} \qquad a=b-n \qquad \text{ili} \qquad b-a=n.$$

1.inačica

Neka su x i y dva broja tako da je x > y (x je veće od y). Iz uvjeta zadatka dobije se sustav od dvije jednadžbe sa dvije nepoznanice.

$$\left.\begin{array}{l} x+4=2\cdot y \\ x+y=20 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=2\cdot y-4 \\ x+y=20 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array}\right] \Rightarrow 2\cdot y-4+y=20 \Rightarrow 2\cdot y+y=20+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot y=24 \Rightarrow 3\cdot y=24 \;/:3 \Rightarrow y=8.$$

Računamo nepoznanicu x.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=20 \\ y=8 \end{array}\right\} \Rightarrow x+8=20 \Rightarrow x=20-8 \Rightarrow x=12.$$

Rješenje sustava glasi:

$$(x,\ y)=(12,\ 8).$$

2.inačica

Zbroj dva broja je 20. Ako veći broj označimo slovom x, tada manji broj iznosi 20 – x. Budući da je veći broj za 4 manji od dvostrukog manjeg, vrijedi jednadžba:

$$x+4=2\cdot(20-x) \Rightarrow x+4=40-2\cdot x \Rightarrow x+2\cdot x=40-4 \Rightarrow 3\cdot x=36 \Rightarrow 3\cdot x=36 \;/:3 \Rightarrow x=12.$$

Traženi brojevi su:

- veći broj x = 12
- manji broj 20 – x = 20 – 12 = 8.

Vježba 070

Zadana su dva broja. Veći broj je za 2 manji od trostrukog manjeg. Zbroj brojeva iznosi 6. Nađi te brojeve.

Rezultat: $(x,\ y)=(4,\ 2).$

Zadatak 071 (Maturant, gimnazija)

U dva hotela izgrađeni su bazeni pravokutnog oblika. Bazen u prvom hotelu ima površinu 240 m^2. Bazen u drugom hotelu ima površinu 350 m^2 te je 5 m duži i 2 m širi od bazena prvog hotela. Izračunajte koje dimenzije mogu imati bazeni u oba hotela. Navedite sve mogućnosti.

Rješenje 071

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

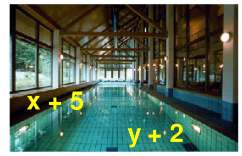
Množenje zagrada

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

Ploština pravokutnika duljina stranica a i b izračunava se po formuli

$$P = a \cdot b.$$





1.inačica

Neka bazen manje površine ima dimenzije:

- duljina x
- širina y.

Tada bazen veće površine ima dimenzije:

- duljina x + 5
- širina y + 2.

Za površinu manjeg bazena vrijedi:

$$x \cdot y = 240.$$

Za površinu većeg bazena vrijedi:

$$(x+5) \cdot (y+2) = 350.$$

Postavimo sustav jednadžbi.

$$\left.\begin{array}{l} x \cdot y = 240 \\ (x+5)\cdot(y+2) = 350 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \cdot y = 240 \\ x \cdot y + 2 \cdot x + 5 \cdot y + 10 = 350 \end{array}\right\} \Rightarrow 240 + 2 \cdot x + 5 \cdot y + 10 = 350 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x + 5 \cdot y = 350 - 240 - 10 \Rightarrow 2 \cdot x + 5 \cdot y = 100.$$

Ponovno promatramo sustav jednadžbi i izračunamo x i y.

$$\left.\begin{array}{l} x \cdot y = 240 \\ 2 \cdot x + 5 \cdot y = 100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \cdot y = 240 \\ 2 \cdot x = 100 - 5 \cdot y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \cdot y = 240 \\ 2 \cdot x = 100 - 5 \cdot y \;\; /: 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \cdot y = 240 \\ x = \frac{100 - 5 \cdot y}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{100 - 5 \cdot y}{2} \cdot y = 240 \Rightarrow \frac{100 - 5 \cdot y}{2} \cdot \frac{y}{1} = 240 \Rightarrow \frac{100 \cdot y - 5 \cdot y^2}{2} = 240 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{100 \cdot y - 5 \cdot y^2}{2} = 240 \;\; / \cdot 2 \Rightarrow 100 \cdot y - 5 \cdot y^2 = 480 \Rightarrow -5 \cdot y^2 + 100 \cdot y - 480 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5 \cdot y^2 + 100 \cdot y - 480 = 0 \;\; /: (-5) \Rightarrow y^2 - 20 \cdot y + 96 = 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y^2 - 20 \cdot y + 96 = 0 \\ a = 1 \;,\; b = -20 \;,\; c = 96 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 1 \;,\; b = -20 \;,\; c = 96 \\ y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 96}}{2 \cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 384}}{2} \Rightarrow y_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow y_{1,2} = \frac{20 \pm 4}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_1 = \frac{20+4}{2} \\ y_2 = \frac{20-4}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_1 = \frac{24}{2} \\ y_2 = \frac{16}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_1 = 12 \\ y_2 = 8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[x = \frac{100 - 5 \cdot y}{2} \right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = \frac{100 - 5 \cdot 12}{2} \\ x_2 = \frac{100 - 5 \cdot 8}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=\frac{100-60}{2} \\ x_2=\frac{100-40}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=\frac{40}{2} \\ x_2=\frac{60}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=20 \\ x_2=30 \end{array}\right\}.$$

Rješenja su:

$$(x_1,\ y_1)=(20,\ 12) \quad , \quad (x_2,\ y_2)=(30,\ 8).$$

Manji bazen može imati sljedeće dimenzije:

- duljina 20 m, širina 12 m
- duljina 30 m, širina 8 m.

Veći bazen, koji je 5 m duži i 2 m širi može imati dimenzije:

- duljina 25 m, širina 14 m
- duljina 35 m, širina 10 m.

2.inačica

Neka bazen manje površine ima dimenzije:

- duljina x
- širina y.

Tada bazen veće površine ima dimenzije:

- duljina x + 5
- širina y + 2.

Za površinu manjeg bazena vrijedi:

$$x \cdot y = 240.$$

Za površinu većeg bazena vrijedi:

$$(x+5)\cdot(y+2)=350.$$

Postavimo sustav jednadžbi.

$$\left.\begin{array}{l} x\cdot y=240 \\ (x+5)\cdot(y+2)=350 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\cdot y=240 \\ x\cdot y+2\cdot x+5\cdot y+10=350 \end{array}\right\} \Rightarrow 240+2\cdot x+5\cdot y+10=350 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x+5\cdot y=350-240-10 \Rightarrow 2\cdot x+5\cdot y=100.$$

Ponovno promatramo sustav jednadžbi i izračunamo x i y.

$$\left.\begin{array}{l} x\cdot y=240 \\ 2\cdot x+5\cdot y=100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\cdot y=240 \ /\cdot\frac{1}{x} \\ 2\cdot x+5\cdot y=100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=\frac{240}{x} \\ 2\cdot x+5\cdot y=100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x+5\cdot\frac{240}{x}=100 \Rightarrow 2\cdot x+\frac{5}{1}\cdot\frac{240}{x}=100 \Rightarrow 2\cdot x+\frac{1200}{x}=100 \Rightarrow 2\cdot x+\frac{1200}{x}=100 \ /\cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x^2+1200=100\cdot x \Rightarrow 2\cdot x^2-100\cdot x+1200=0 \Rightarrow 2\cdot x^2-100\cdot x+1200=0 \ /:2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-50\cdot x+600=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x^2-50\cdot x+600=0 \\ a=1\ ,\ b=-50\ ,\ c=600 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=1\ ,\ b=-50\ ,\ c=600 \\ x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-(-50)\pm\sqrt{(-50)^2-4\cdot1\cdot600}}{2\cdot1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{50\pm\sqrt{2\,500-2\,400}}{2} \Rightarrow x_{1,2}=\frac{50\pm\sqrt{100}}{2} \Rightarrow x_{1,2}=\frac{50\pm 10}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=\frac{50+10}{2} \\ x_2=\frac{50-10}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=\frac{60}{2} \\ x_2=\frac{40}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=30 \\ x_2=20\end{array}\right\} \Rightarrow \left[y=\frac{240}{x}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_1=\frac{240}{30} \\ y_2=\frac{240}{20}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_1=8 \\ y_2=12\end{array}\right\}.$$

Rješenja su:

$$\left(x_1,\, y_1\right)=(20,\, 12) \quad , \quad \left(x_2,\, y_2\right)=(30,\, 8).$$

Manji bazen može imati sljedeće dimenzije:

- duljina 20 m, širina 12 m
- duljina 30 m, širina 8 m.

Veći bazen, koji je 5 m duži i 2 m širi može imati dimenzije:

- duljina 25 m, širina 14 m
- duljina 35 m, širina 10 m.

Vježba 071

U dva grada izgrađeni su bazeni pravokutnog oblika. Bazen u prvom gradu ima površinu 960 m^2. Bazen u drugom gradu ima površinu 1400 m^2 te je 10 m duži i 4 m širi od bazena prvog grada. Izračunajte koje dimenzije mogu imati bazeni u oba grada. Navedite sve mogućnosti.

Rezultat: Manji bazen može imati sljedeće dimenzije:

- duljina 40 m, širina 24 m
- duljina 60 m, širina 16 m.

Veći bazen, koji je 10 m duži i 4 m širi može imati dimenzije:

- duljina 50 m, širina 28 m
- duljina 70 m, širina 20 m.

Zadatak 072 (TBF, gimnazija)

Riješi sustav: $\frac{2\cdot x^2}{1+x^2}=y \;,\; \frac{2\cdot y^2}{1+y^2}=z \;,\; \frac{2\cdot z^2}{1+z^2}=x.$

Rješenje 072

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c} \quad , \quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad a^2+b^2=0 \Rightarrow a=b=0 \quad , \quad n=\frac{n}{1}.$$

$$a=b \Rightarrow b=a \quad , \quad \frac{a+b}{n}=\frac{a}{n}+\frac{b}{n} \quad , \quad a\cdot\frac{1}{b}=\frac{a}{b} \quad , \quad \frac{a}{b}=1 \Rightarrow a=b.$$

Uočimo najprije da sustav ima trivijalno rješenje

$$\left(x_1,\, y_1,\, z_1\right)=(0,\, 0,\, 0).$$

Zadani sustav transformiramo na sljedeći oblik:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{2\cdot x^2}{1+x^2}=y\\ \frac{2\cdot y^2}{1+y^2}=z\\ \frac{2\cdot z^2}{1+z^2}=x\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{2\cdot x^2}{1+x^2}=\frac{y}{1}\\ \frac{2\cdot y^2}{1+y^2}=\frac{z}{1}\\ \frac{2\cdot z^2}{1+z^2}=\frac{x}{1}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{1+x^2}{2\cdot x^2}=\frac{1}{y}\\ \frac{1+y^2}{2\cdot y^2}=\frac{1}{z}\\ \frac{1+z^2}{2\cdot z^2}=\frac{1}{x}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{1}{2\cdot x^2}+\frac{x^2}{2\cdot x^2}=\frac{1}{y}\\ \frac{1}{2\cdot y^2}+\frac{y^2}{2\cdot y^2}=\frac{1}{z}\\ \frac{1}{2\cdot z^2}+\frac{z^2}{2\cdot z^2}=\frac{1}{x}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{1}{2\cdot x^2}+\frac{x^2}{2\cdot x^2}=\frac{1}{y}\\ \frac{1}{2\cdot y^2}+\frac{y^2}{2\cdot y^2}=\frac{1}{z}\\ \frac{1}{2\cdot z^2}+\frac{z^2}{2\cdot z^2}=\frac{1}{x}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{1}{2\cdot x^2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{y}\\ \frac{1}{2\cdot y^2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{z}\\ \frac{1}{2\cdot z^2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{x}\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{1}{y}=\frac{1}{2\cdot x^2}+\frac{1}{2}\\ \frac{1}{z}=\frac{1}{2\cdot y^2}+\frac{1}{2}\\ \frac{1}{x}=\frac{1}{2\cdot z^2}+\frac{1}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{svaku jednadžbu}\\ \text{pomnožimo s 2}\end{array}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{1}{y}=\frac{1}{2\cdot x^2}+\frac{1}{2}\ /\cdot 2\\ \frac{1}{z}=\frac{1}{2\cdot y^2}+\frac{1}{2}\ /\cdot 2\\ \frac{1}{x}=\frac{1}{2\cdot z^2}+\frac{1}{2}\ /\cdot 2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{2}{y}=\frac{1}{x^2}+1\\ \frac{2}{z}=\frac{1}{y^2}+1\\ \frac{2}{x}=\frac{1}{z^2}+1\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{zbrojimo}\\ \text{jednadžbe}\end{array}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{2}{y}+\frac{2}{z}+\frac{2}{x}=\frac{1}{x^2}+1+\frac{1}{y^2}+1+\frac{1}{z^2}+1\Rightarrow\frac{1}{x^2}+1+\frac{1}{y^2}+1+\frac{1}{z^2}+1-\frac{2}{y}-\frac{2}{z}-\frac{2}{x}=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}+1+\frac{1}{y^2}-\frac{2}{y}+1+\frac{1}{z^2}-\frac{2}{z}+1=0\Rightarrow\left(\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}+1\right)+\left(\frac{1}{y^2}-\frac{2}{y}+1\right)+\left(\frac{1}{z^2}-\frac{2}{z}+1\right)=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(\frac{1}{x^2}-2\cdot\frac{1}{x}+1\right)+\left(\frac{1}{y^2}-2\cdot\frac{1}{y}+1\right)+\left(\frac{1}{z^2}-2\cdot\frac{1}{z}+1\right)=0\Rightarrow\left(\frac{1}{x}-1\right)^2+\left(\frac{1}{y}-1\right)^2+\left(\frac{1}{z}-1\right)^2=0.$$

Ova jednakost moguća je samo ako je svaki pribrojnik jednak nuli.

$$\left.\begin{array}{l}\left(\frac{1}{x}-1\right)^2=0\\ \left(\frac{1}{y}-1\right)^2=0\\ \left(\frac{1}{z}-1\right)^2=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{1}{x}-1=0\\ \frac{1}{y}-1=0\\ \frac{1}{z}-1=0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{1}{x}=1\\ \frac{1}{y}=1\\ \frac{1}{z}=1\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x=1\\ y=1\\ z=1\end{array}\right\}\Rightarrow\left(x_2,\ y_2,\ z_2\right)=(1,\ 1,\ 1).$$

Vježba 072

Riješi sustav: $\frac{1+x^2}{2\cdot x^2}=\frac{1}{y}$, $\frac{1+y^2}{2\cdot y^2}=\frac{1}{z}$, $\frac{1+z^2}{2\cdot z^2}=\frac{1}{x}$.

Rezultat: (x, y, z) = (1, 1, 1).

Zadatak 073 (Sanja, srednja škola)

Riješi sustav jednadžbi: $\begin{cases} x+y=2\cdot a \\ x-y=2\cdot b \end{cases}.$

$A.\ (a+b,\ a-b) \qquad B.\ (a-b,\ a+b) \qquad C.\ (a,\ b) \qquad D.\ (b,\ a)$

Rješenje 073

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\left.\begin{matrix} x+y=2\cdot a \\ x-y=2\cdot b \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{bmatrix} \Rightarrow 2\cdot x=2\cdot a+2\cdot b \Rightarrow 2\cdot x=2\cdot(a+b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x=2\cdot(a+b)\ /:2 \Rightarrow x=a+b.$$

Računamo nepoznanicu y.

$$\left.\begin{matrix} x+y=2\cdot a \\ x=a+b \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{bmatrix} \Rightarrow a+b+y=2\cdot a \Rightarrow y=2\cdot a-a-b \Rightarrow y=a-b.$$

Rješenje sustava je:

$$(x,\ y)=(a+b,\ a-b).$$

Odgovor je pod A.

Vježba 073

Riješi sustav jednadžbi: $\begin{cases} x+y=a \\ x-y=b \end{cases}.$

$A.\ \left(\frac{a+b}{2},\ \frac{a-b}{2}\right) \qquad B.\ \left(\frac{a-b}{2},\ \frac{a+b}{2}\right) \qquad C.\ \left(\frac{a}{2},\ \frac{b}{2}\right) \qquad D.\ \left(\frac{b}{2},\ \frac{a}{2}\right)$

Rezultat: A.

Zadatak 074 (Ivan, tehnička škola)

Riješi sustav jednadžbi: $\begin{cases} \frac{2\cdot x+3\cdot y-3}{2}-\frac{3\cdot(2\cdot x+y)}{8}=\frac{-5\cdot(x-y)}{3}+\frac{7\cdot(y+x-1)}{6} \\ \frac{4\cdot(x+y+3)}{5}+\frac{3\cdot x-y-1}{6}-\frac{7\cdot x-5\cdot y}{10}=\frac{4\cdot x+2\cdot y}{3}-\frac{1}{2} \end{cases}.$

Rješenje 074

Ponovimo!

$$a\cdot\frac{b\cdot(c+d)}{n}=\frac{a\cdot b\cdot(c+d)}{n}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\left.\begin{matrix} \frac{2\cdot x+3\cdot y-3}{2}-\frac{3\cdot(2\cdot x+y)}{8}=\frac{-5\cdot(x-y)}{3}+\frac{7\cdot(y+x-1)}{6} \\ \frac{4\cdot(x+y+3)}{5}+\frac{3\cdot x-y-1}{6}-\frac{7\cdot x-5\cdot y}{10}=\frac{4\cdot x+2\cdot y}{3}-\frac{1}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{2\cdot x+3\cdot y-3}{2}-\frac{3\cdot(2\cdot x+y)}{8}=\frac{-5\cdot(x-y)}{3}+\frac{7\cdot(y+x-1)}{6} \; /\cdot 24 \\ \frac{4\cdot(x+y+3)}{5}+\frac{3\cdot x-y-1}{6}-\frac{7\cdot x-5\cdot y}{10}=\frac{4\cdot x+2\cdot y}{3}-\frac{1}{2} \; /\cdot 30 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 12\cdot(2\cdot x+3\cdot y-3)-9\cdot(2\cdot x+y)=-40\cdot(x-y)+28\cdot(y+x-1) \\ 24\cdot(x+y+3)+5\cdot(3\cdot x-y-1)-3\cdot(7\cdot x-5\cdot y)=10\cdot(4\cdot x+2\cdot y)-15 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 24\cdot x+36\cdot y-36-18\cdot x-9\cdot y=-40\cdot x+40\cdot y+28\cdot y+28\cdot x-28 \\ 24\cdot x+24\cdot y+72+15\cdot x-5\cdot y-5-21\cdot x+15\cdot y=40\cdot x+20\cdot y-15 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 24\cdot x-18\cdot x+40\cdot x-28\cdot x+36\cdot y-9\cdot y-40\cdot y-28\cdot y=-28+36 \\ 24\cdot x+15\cdot x-21\cdot x-40\cdot x+24\cdot y-5\cdot y+15\cdot y-20\cdot y=-15-72+5 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 18\cdot x-41\cdot y=8 \\ -22\cdot x+14\cdot y=-82 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 18\cdot x-41\cdot y=8 \\ -22\cdot x+14\cdot y=-82 \; /:2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 18\cdot x-41\cdot y=8 \\ -11\cdot x+7\cdot y=-41 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 18\cdot x-41\cdot y=8 \; /\cdot 11 \\ -11\cdot x+7\cdot y=-41 \; /\cdot 18 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 198\cdot x-451\cdot y=88 \\ -198\cdot x+126\cdot y=-738 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -325\cdot y=-650 \Rightarrow -325\cdot y=-650 \; /:(-325) \Rightarrow y=2.$$

Računamo nepoznanicu x.

$$\left.\begin{array}{l} 18\cdot x-41\cdot y=8 \\ y=2 \end{array}\right\} \Rightarrow 18\cdot x-41\cdot 2=8 \Rightarrow 18\cdot x-82=8 \Rightarrow 18\cdot x=8+82 \Rightarrow 18\cdot x=90 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18\cdot x=90 \; /:18 \Rightarrow x=5.$$

Rješenje sustava jednadžbi glasi:

$$(x,\ y)=(5,\ 2).$$

Vježba 074

Riješi sustav jednadžbi: $\left\{\begin{array}{l} \frac{2\cdot x+3\cdot y-3}{2}-\frac{3\cdot(2\cdot x+y)}{8}+\frac{5\cdot(x-y)}{3}=\frac{7\cdot(y+x-1)}{6} \\ \frac{4\cdot(x+y+3)}{5}+\frac{3\cdot x-y-1}{6}+\frac{5\cdot y-7\cdot x}{10}+\frac{1}{2}=\frac{2\cdot(2\cdot x+y)}{3} \end{array}\right.$.

Rezultat: $(x,\ y)=(5,\ 2).$

Zadatak 075 (Tony, srednja škola)

Neka su x i y rješenja sustava $\left\{\begin{array}{l} 2\cdot x+3\cdot y=5 \\ 4\cdot x+5\cdot y=1 \end{array}\right.$. Koliko je x + y?

$A.\ -5 \qquad B.\ -2 \qquad C.\ 2 \qquad D.\ 5$

Rješenje 075

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

Riješimo sustav jednadžbi.

$$\left.\begin{array}{l} 2\cdot x+3\cdot y=5 \\ 4\cdot x+5\cdot y=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2\cdot x+3\cdot y=5 \; /\cdot(-2) \\ 4\cdot x+5\cdot y=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -4\cdot x-6\cdot y=-10 \\ 4\cdot x+5\cdot y=1 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -y=-9\ \Rightarrow\ -y=-9\ /\cdot(-1)\ \Rightarrow\ y=9.$$

Računamo x.

$$\left.\begin{matrix}2\cdot x+3\cdot y=5\\ y=9\end{matrix}\right\}\Rightarrow\ 2\cdot x+3\cdot 9=5\ \Rightarrow\ 2\cdot x+27=5\ \Rightarrow\ 2\cdot x=5-27\ \Rightarrow\ 2\cdot x=-22\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2\cdot x=-22\ /:2\ \Rightarrow\ x=-11.$$

Tada je:

$$x+y=-11+9\ \Rightarrow\ x+y=-2.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

Oduzmemo od druge jednadžbe prvu jednadžbu.

$$\left.\begin{matrix}2\cdot x+3\cdot y=5\\ 4\cdot x+5\cdot y=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left[\begin{matrix}\text{oduzmemo od druge}\\ \text{jednadžbe prvu jednadžbu}\end{matrix}\right]\Rightarrow 4\cdot x+5\cdot y-(2\cdot x+3\cdot y)=1-5\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 4\cdot x+5\cdot y-2\cdot x-3\cdot y=-4\ \Rightarrow\ 2\cdot x+2\cdot y=-4\ \Rightarrow\ 2\cdot x+2\cdot y=-4\ /:2\ \Rightarrow\ x+y=-2.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 075

Neka su x i y rješenja sustava $\left\{\begin{matrix}2\cdot x+3\cdot y=19\\ 4\cdot x+5\cdot y=35\end{matrix}\right.$. Koliko je x + y?

$$A.\ -8\qquad B.\ 8\qquad C.\ 7\qquad D.\ 6$$

Rezultat: B.

Zadatak 076 (Molly, ekonomska škola)

U jednoj obitelji svaki sin ima dva puta više braće nego sestara, a svaka kći pet puta više braće nego sestara. Ukupan broj djece (sinova i kćeri) u toj obitelji je:

$$A.\ 6\qquad B.\ 7\qquad C.\ 8\qquad D.\ 9$$

Rješenje 076

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Kako zapisati da je "broj a n puta veći od broja b"?

$$a=n\cdot b\quad,\quad \frac{a}{n}=b\quad,\quad \frac{a}{b}=n.$$

Neka je x broj sinova, a y broj kćeri u obitelji. Svaki sin ima x – 1 braće, a svaka kćerka y – 1 sestara. Ako svaki sin ima dva puta više braće nego sestara, vrijedi jednadžba:

$$x-1=2\cdot y.$$

Ako svaka kćerka ima pet puta više braće nego sestara, vrijedi jednadžba:

$$5\cdot(y-1)=x.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se broj sinova i kćeri.

$$\left.\begin{matrix}x-1=2\cdot y\\ 5\cdot(y-1)=x\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left[\begin{matrix}\text{metoda}\\ \text{supstitucije}\end{matrix}\right]\Rightarrow 5\cdot(y-1)-1=2\cdot y\ \Rightarrow\ 5\cdot y-5-1=2\cdot y\ \Rightarrow\ 5\cdot y-2\cdot y=5+1\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 3\cdot y=6\ \Rightarrow\ 3\cdot y=6\ /:3\ \Rightarrow\ y=2.$$

Računamo x.

$$\left.\begin{matrix}x=5\cdot(y-1)\\ y=2\end{matrix}\right\}\Rightarrow\ x=5\cdot(2-1)\ \Rightarrow\ x=5\cdot 1\ \Rightarrow\ x=5.$$

Ukupan broj djece iznosi:

$$x+y=5+2 \Rightarrow x+y=7.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 076

U jednoj obitelji svaki sin ima tri puta više braće nego sestara, a svaka kći sedam puta više braće nego sestara. Ukupan broj djece (sinova i kćeri) u toj obitelji je:

$$A.\ 6 \qquad B.\ 7 \qquad C.\ 8 \qquad D.\ 9$$

Rezultat: D.

Zadatak 077 (Tina, srednja škola)

Odredite y u rješenju sustava $\begin{cases} \sqrt{x+y}=3 \\ \dfrac{x}{y}-k=0 \end{cases}.$

Rješenje 077

Ponovimo!

$$\left(\sqrt{a}\right)^2=a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{x+y}=3 \\ \dfrac{x}{y}-k=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \sqrt{x+y}=3 \ /^2 \\ \dfrac{x}{y}=k \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \left(\sqrt{x+y}\right)^2=3^2 \\ \dfrac{x}{y}=k \ /\cdot y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=9 \\ x=k\cdot y \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k\cdot y+y=9 \Rightarrow y\cdot(k+1)=9 \Rightarrow y\cdot(k+1)=9 \ /\cdot\frac{1}{k+1} \Rightarrow y=\frac{9}{k+1} \ , \ k\neq-1.$$

S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednost k za koju je nazivnik jednak nuli.

Vježba 077

Odredite y u rješenju sustava $\begin{cases} \sqrt{x+y}=5 \\ \dfrac{x}{y}-k=0 \end{cases}.$

Rezultat: $y=\dfrac{25}{k+1} \ , \ k\neq-1.$

Zadatak 078 (Ivan, srednja škola)

Splav, težine a, sastoji se od dva metala. U vodi splav je lakša za b. Kolika je težina svakog metala, ako prvi gubi u vodi p%, a drugi q% svoje težine?

Rješenje 078

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\ \%=\dfrac{9}{100} \quad , \quad 81\ \%=\dfrac{81}{100} \quad , \quad 4.5\ \%=\dfrac{4.5}{100} \quad , \quad 0.3\ \%=\dfrac{0.3}{100} \quad , \quad p\ \%=\dfrac{p}{100}.$

Kako se računa "... p% od x..."?

$$\frac{p}{100}\cdot x.$$

Neka je:

- x težina prvog metala
- y težina drugog metala.

Težina splavi izvan vode je a pa vrijedi jednadžba:

$$x+y=a.$$

Od svoje težine, u vodi, gubi:

- prvi metal $\frac{p}{100}\cdot x$
- drugi metal $\frac{q}{100}\cdot y.$

Budući da je u vodi splav lakša za b, vrijedi jednadžba:

$$\frac{p}{100}\cdot x+\frac{q}{100}\cdot y=b.$$

Težine metala dobiju se kao rješenja sustava jednadžbi.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=a \\ \frac{p}{100}\cdot x+\frac{q}{100}\cdot y=b \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=a \\ \frac{p}{100}\cdot x+\frac{q}{100}\cdot y=b \;/\cdot 100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=a \\ p\cdot x+q\cdot y=100\cdot b \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=a \;/\cdot(-q) \\ p\cdot x+q\cdot y=100\cdot b \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -q\cdot x-q\cdot y=-a\cdot q \\ p\cdot x+q\cdot y=100\cdot b \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -q\cdot x+p\cdot x=-a\cdot q+100\cdot b \Rightarrow p\cdot x-q\cdot x=100\cdot b-a\cdot q \Rightarrow (p-q)\cdot x=100\cdot b-a\cdot q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (p-q)\cdot x=100\cdot b-a\cdot q \;/\cdot\frac{1}{p-q} \Rightarrow x=\frac{100\cdot b-a\cdot q}{p-q}.$$

Računamo nepoznanicu y.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=a \\ x=\frac{100\cdot b-a\cdot q}{p-q} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{100\cdot b-a\cdot q}{p-q}+y=a \Rightarrow y=a-\frac{100\cdot b-a\cdot q}{p-q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=\frac{a}{1}-\frac{100\cdot b-a\cdot q}{p-q} \Rightarrow y=\frac{a\cdot(p-q)-(100\cdot b-a\cdot q)}{p-q} \Rightarrow y=\frac{a\cdot p-a\cdot q-100\cdot b+a\cdot q}{p-q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=\frac{a\cdot p-a\cdot q-100\cdot b+a\cdot q}{p-q} \Rightarrow y=\frac{a\cdot p-100\cdot b}{p-q}.$$



Vježba 078

Splav, težine 1000 N, sastoji se od dva metala. U vodi splav je lakša za 80 N. Kolika je težina svakog metala, ako prvi gubi u vodi 10%, a drugi 5% svoje težine?

Rezultat: 600 N, 400 N.

Zadatak 079 (Dražen, srednja škola)

Riješite sustav: $8 \cdot \sqrt[x]{y} - \left(\sqrt[x]{y}\right)^2 = 16 \ , \ y^x = 256.$

Rješenje 079

Ponovimo!

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a \quad , \quad \left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}.$$

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x) \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Iz prve jednadžbe dobije se:

$$8 \cdot \sqrt[x]{y} - \left(\sqrt[x]{y}\right)^2 = 16 \Rightarrow -\left(\sqrt[x]{y}\right)^2 + 8 \cdot \sqrt[x]{y} - 16 = 0 \Rightarrow -\left(\sqrt[x]{y}\right)^2 + 8 \cdot \sqrt[x]{y} - 16 = 0 \ / \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt[x]{y}\right)^2 - 8 \cdot \sqrt[x]{y} + 16 = 0 \Rightarrow \left(\sqrt[x]{y} - 4\right)^2 = 0 \Rightarrow \left(\sqrt[x]{y} - 4\right)^2 = 0 \ / \sqrt{\ } \Rightarrow \sqrt[x]{y} - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt[x]{y} = 4 \Rightarrow \sqrt[x]{y} = 4 \ /^x \Rightarrow \left(\sqrt[x]{y}\right)^x = 4^x \Rightarrow y = 4^x.$$

Rezultat uvrstimo u drugu jednadžbu sustava.

$$\left.\begin{matrix} y = 4^x \\ y^x = 256 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left(4^x\right)^x = 256 \Rightarrow 4^{x^2} = 4^4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \ / \sqrt{\ } \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{4} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{matrix}\right\}.$$

Rješenja sustava su:

- $\left.\begin{matrix} x = 2 \\ y = 4^x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = 4^2 \Rightarrow y = 16 \Rightarrow (x_1, y_1) = (2, 16)$
- $\left.\begin{matrix} x = -2 \\ y = 4^x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = 4^{-2} \Rightarrow y = \frac{1}{4^2} \Rightarrow y = \frac{1}{16} \Rightarrow (x_2, y_2) = \left(-2, \frac{1}{16}\right).$

Vježba 079

Riješite sustav: $6 \cdot \sqrt[x]{y} - \left(\sqrt[x]{y}\right)^2 = 9 \ , \ y^x = 81.$

Rezultat: $(x_1, y_1) = (2, 9) \ , \ (x_2, y_2) = \left(-2, \frac{1}{9}\right).$

Zadatak 080 (Ante, srednja škola)

Uređeni par (x, y) rješenje je jednadžbe $(2 \cdot x + y - 2)^2 + (x - 2 \cdot y - 1)^2 = 0.$ Tada je:

$A. \ x \cdot y = 3 \qquad B. \ x \cdot y = 0 \qquad C. \ x \cdot y = 6 \qquad D. \ x \cdot y = 1$

Rješenje 080

Ponovimo!

Kvadrat realnog broja je nenegativan broj.

$$a \in R \Rightarrow a^2 \geq 0.$$

$$a^2 = 0 \Rightarrow a = 0 \quad , \quad a^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a = b = 0 \quad , \quad a^2 + b^2 + c^2 = 0 \Rightarrow a = b = c = 0.$$

Budući da je zbroj 'kvadratnih članova' jednak nuli, svaki član mora biti jednak nuli pa slijedi:

$$(2\cdot x+y-2)^2+(x-2\cdot y-1)^2=0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2\cdot x+y-2=0 \\ x-2\cdot y-1=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2\cdot x+y=2 \\ x-2\cdot y=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{matrix}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} 2\cdot x+y=2 \ /\cdot 2 \\ x-2\cdot y=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 4\cdot x+2\cdot y=4 \\ x-2\cdot y=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 5\cdot x=5 \Rightarrow 5\cdot x=5 \ /:5 \Rightarrow x=1.$$

Računamo y.

$$\left.\begin{matrix} x=1 \\ 2\cdot x+y=2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2\cdot 1+y=2 \Rightarrow 2+y=2 \Rightarrow 2+y=2 \Rightarrow y=0.$$

Tada je:

$$x\cdot y=1\cdot 0 \Rightarrow x\cdot y=0.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 080

Uređeni par (x, y) rješenje je jednadžbe $(2\cdot x+y-3)^2+(x-2\cdot y+1)^2=0.$ Tada je:

$A.\ x\cdot y=3$ $B.\ x\cdot y=0$ $C.\ x\cdot y=6$ $D.\ x\cdot y=1$

Rezultat: D.